

Echtzeitbetrieb

Schritthaltende Verarbeitung/Echtzeitbetrieb

- **Fristgerechte Bearbeitung von Anforderungen aus technischem Prozess**
- **Verletzung von Zeitbedingungen ggf. katastrophal**



Echtzeitbetrieb

Vorbedingungen für schritthaltende Verarbeitung

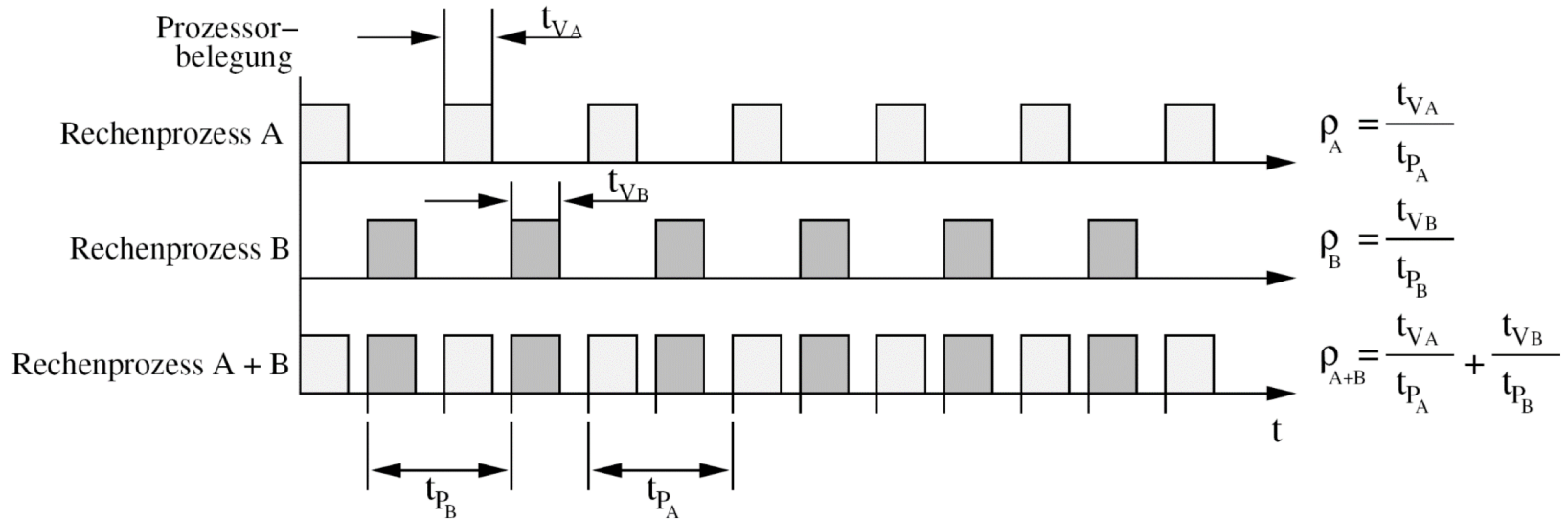
- **Bearbeitung von Aufgaben benötigt Zeit (Verarbeitungszeit).**
- **Bei mehreren Aufgaben zugleich: Reihenfolge planen, in der die Arbeiten erledigt werden**
- **Reihenfolge der Aufgaben ist entscheidend, um die fristgerechte Bearbeitung der Aufgaben gewährleisten zu können.**
- **Prioritäten von Aufgaben gemäß ihrer Wichtigkeit als Planungsgrundlage**
- **Die Bearbeitung einer Aufgabe (durch einen Prozess) muss unterbrechbar sein, damit kurzfristige höherprioritäre Aufgaben erledigt werden können.**

Ziel: Formaler Rahmen, um funktionierende schritthaltende Verarbeitung nachweisen zu können



Echtzeitbetrieb

Echtzeitbedingungen



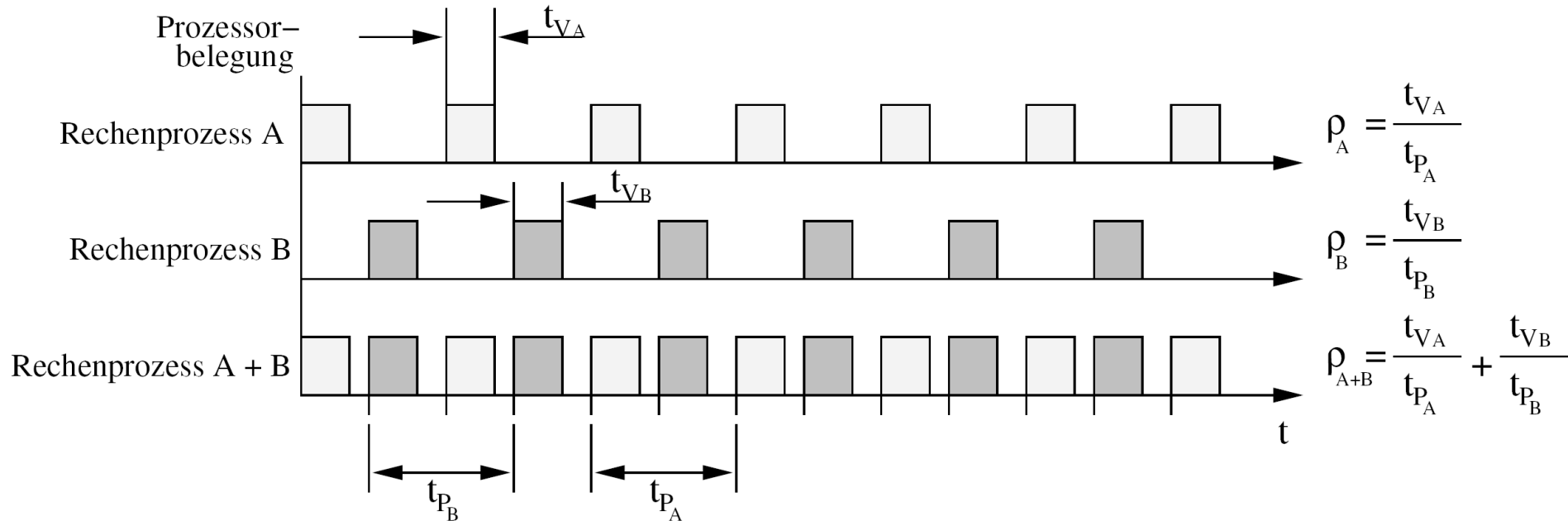
- Prozesszeit t_p : Abstand zwischen zwei Anforderungen (*jobs*) desselben Typs
– konstant: zyklischer/periodischer Prozess
- Verarbeitungszeit t_v
- Auslastung $\rho = t_v / t_p$
- Gesamtauslastung bei n Prozessen:

$$\rho = \sum_{i=0}^n \frac{t_{v_i}}{t_{p_i}}$$



Echtzeitbetrieb

Echtzeitbedingungen



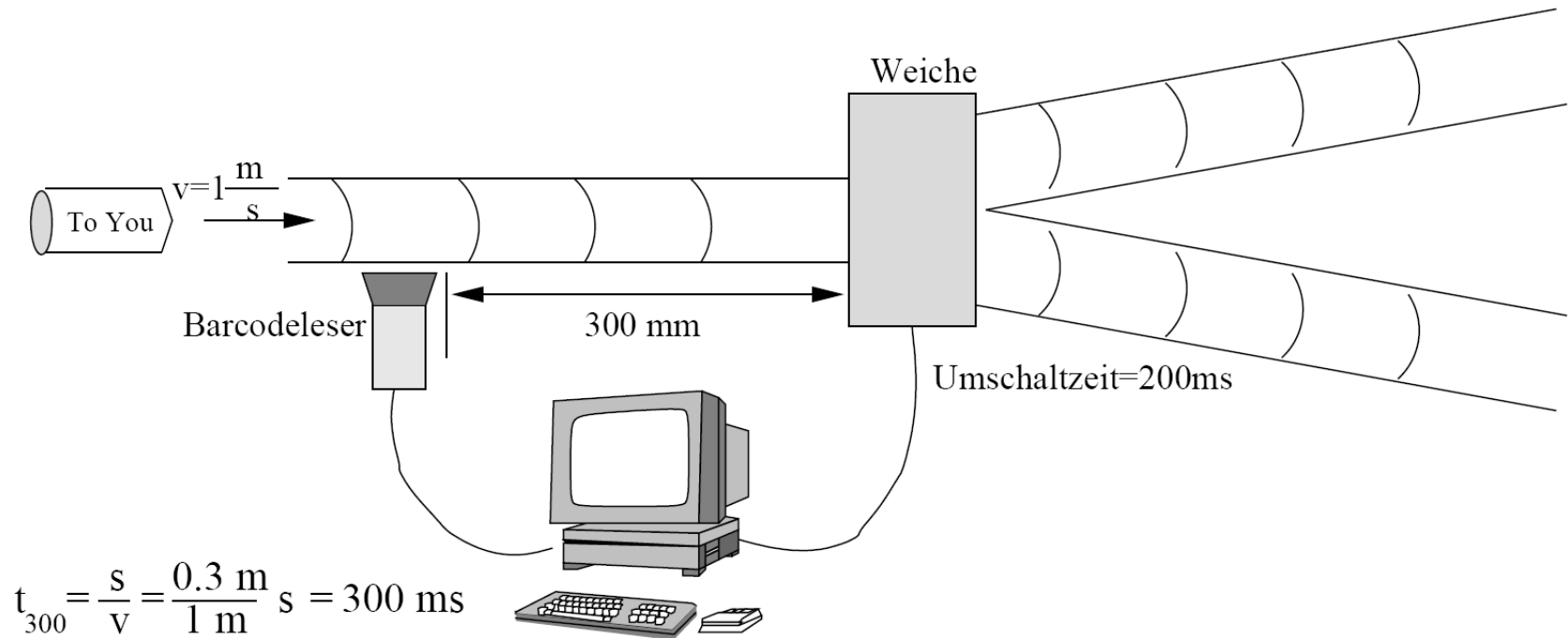
- 1. Echtzeitbedingung: Auslastung eines Rechensystems muss kleiner oder gleich 100% sein

$$\rho = \sum_{i=0}^n \frac{t_{v_i}}{t_{p_i}} \leq 1$$



Echtzeitbetrieb

Echtzeitbedingungen Pünktlichkeit



$$t_{300} = \frac{s}{v} = \frac{0.3 \text{ m}}{1 \text{ m/s}} = 300 \text{ ms}$$

$$t_{Zmax} = t_{300} - t_U = 100 \text{ ms}$$

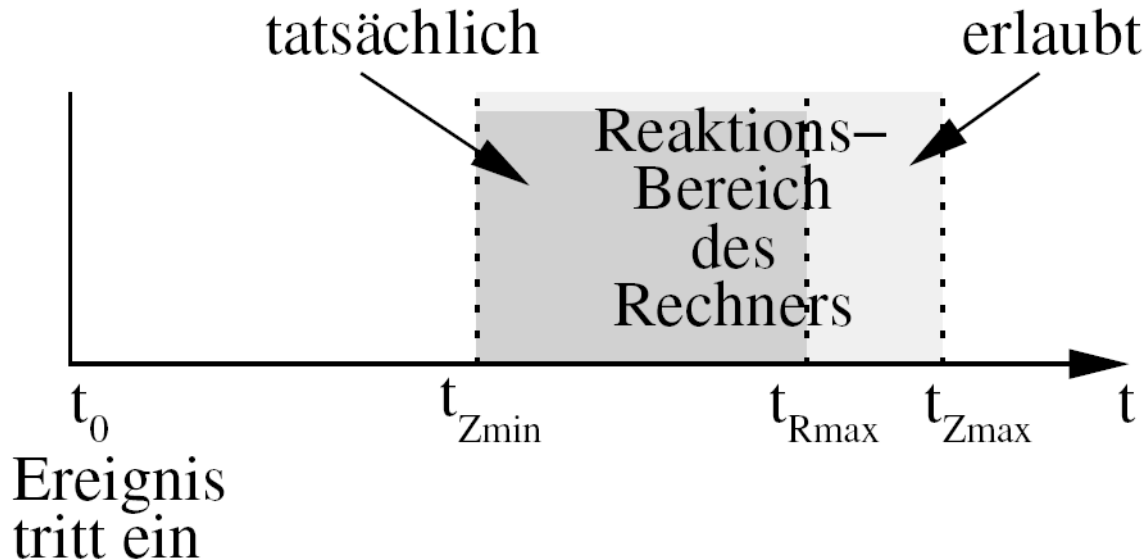


Echtzeitbetrieb

Echtzeitbedingungen

Pünktlichkeit

- Aufgabe nicht vor spezifiziertem Zeitpunkt t_{Zmin} erledigt (meist unwichtig oder trivial)
- spätestens bis Zeitpunkt t_{Zmax} erledigt (Rechtzeitigkeit)

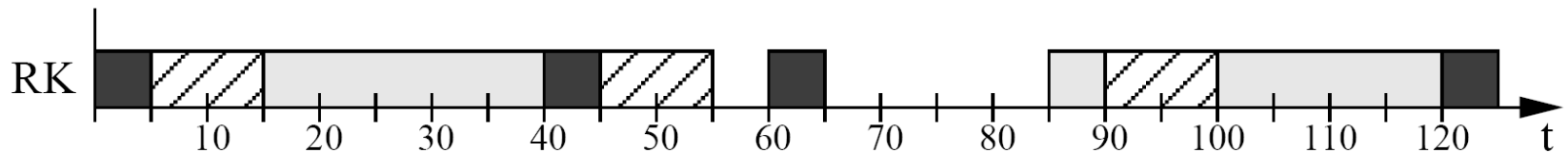


Echtzeitbetrieb

Echtzeitbedingungen

Pünktlichkeit

- Reaktionszeit $t_R = t_V + t_W$ (Verarbeitungszeit t_V + Wartezeit t_W)
- Wartezeit : Zeit bis Rechnerkern frei



- **2. Echtzeitbedingung: Um Aufgaben rechtzeitig zu erledigen, muss die Reaktionszeit t_R zwischen der minimal und maximal zulässigen Reaktionszeit liegen**

$$t_{Zmin} \leq t_{Rmin} \leq t_R \leq t_{Rmax} \leq t_{Zmax} \text{ (relative Deadline)}$$



Echtzeitbetrieb

Echtzeitbedingungen

Harte und weiche Echtzeit

- **Harte Echtzeit: Verletzung der Rechtzeitigkeit hat katastrophale Folgen (z.B. Airbag, Rohrpost,...)**
- **Weiche Echtzeit: Schlechteres Ergebnis (z.B. ruckelnde Videowiedergabe,...)**
- **Häufig Graubereich (Buffer Underflow beim DVD brennen???)**
- **Kosten- und Nutzenfunktion**

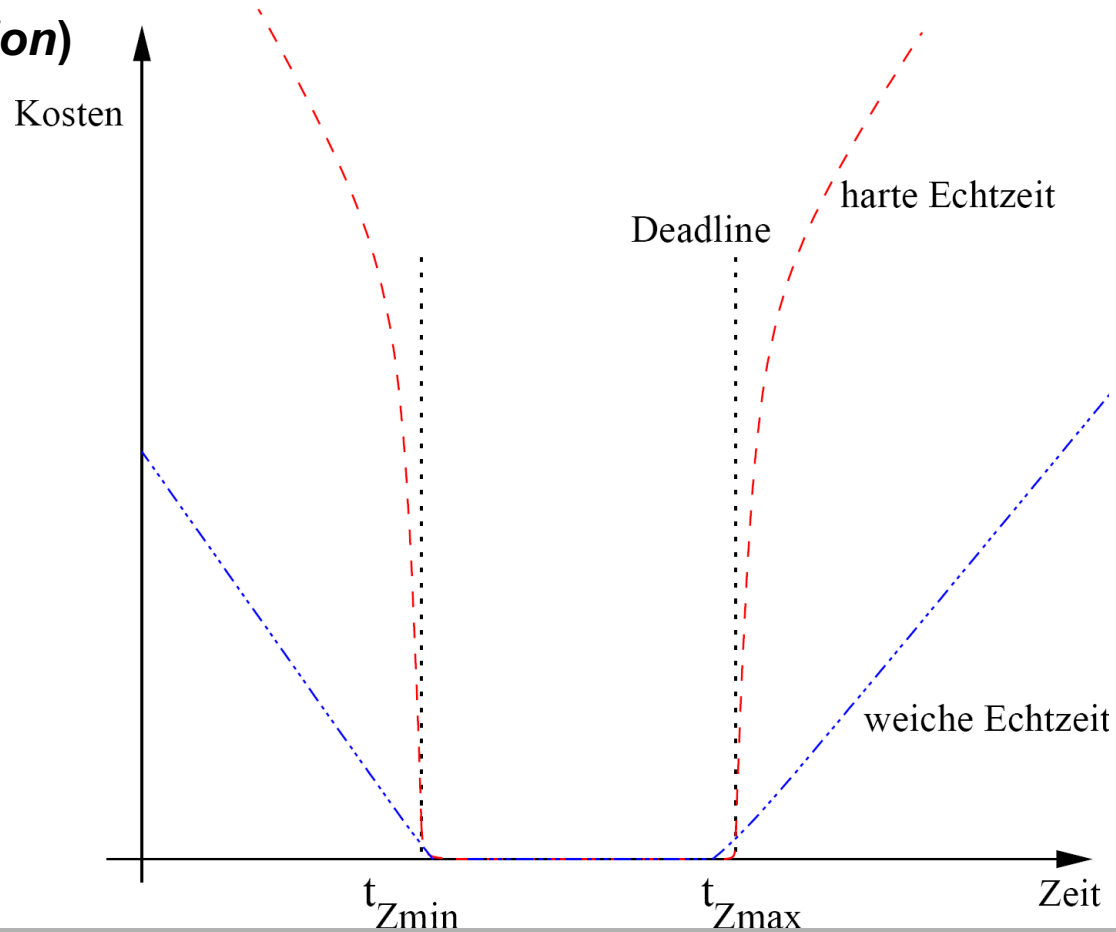


Echtzeitbetrieb

Echtzeitbedingungen

Harte und weiche Echtzeit

- Kostenfunktion (*cost function*)

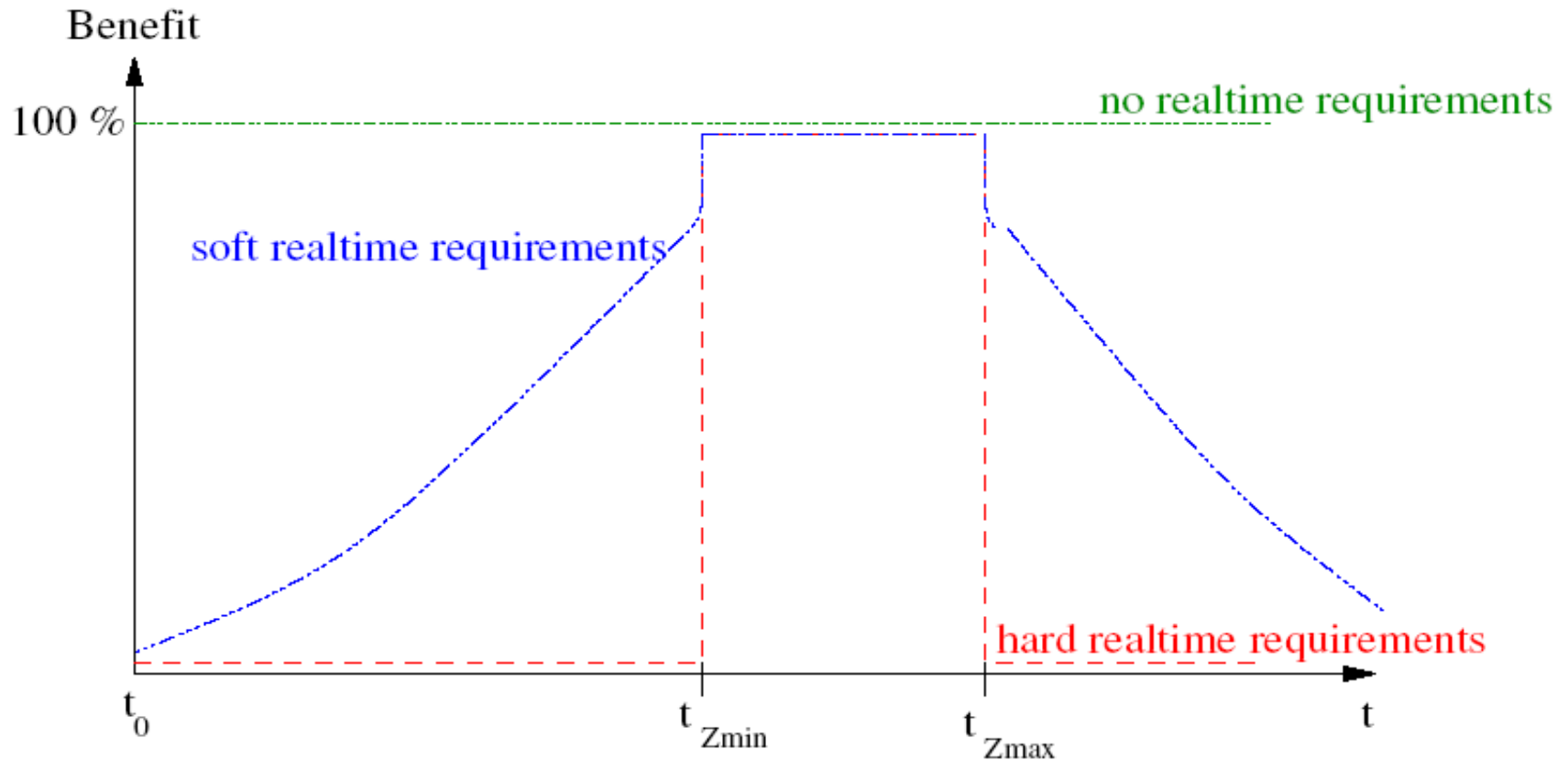


Echtzeitbetrieb

Echtzeitbedingungen

Harte und weiche Echtzeit

- Nutzenfunktion (*benefit function*)



Echtzeitbetrieb

Unterbrechbarkeit und Prioritäten Beispiel Messwertaufnahme

Ein Meßwertaufnahmungs-System soll im Abstand von 1 ms ($t_{p1}=1\text{ms}$) kontinuierlich Meßwerte aufnehmen. Dazu benötigt der zugehörige Rechenprozess eine Rechenzeit von $t_{v1}=500\ \mu\text{s}$. Jeweils 100 Meßwerte ($t_{p2}=100t_{p1}=100\text{ms}$) ergeben einen Datensatz, der vorverarbeitet und zur Archivierung weitergeleitet wird. Dazu ist eine Rechenzeit von $t_{v2}=40\text{ms}$ notwendig.



Echtzeitbetrieb

Unterbrechbarkeit und Prioritäten Beispiel Messwertaufnahme

Ein Meßwerterfassungssystem soll im Abstand von 1 ms ($t_{P1}=1\text{ms}$) kontinuierlich Meßwerte aufnehmen. Dazu benötigt der zugehörige Rechenprozess eine Rechenzeit von $t_{V1}=500\ \mu\text{s}$. Jeweils 100 Meßwerte ($t_{P2}=100t_{P1}=100\text{ms}$) ergeben einen Datensatz, der vorverarbeitet und zur Archivierung weitergeleitet wird. Dazu ist eine Rechenzeit von $t_{V2}=40\text{ms}$ notwendig.

- **Analyse der Auslastung**

$$\rho = t_{V1}/t_{P1} + t_{V2}/t_{P2} = 0.5 + 0.4 = 0.9 = 90\%$$

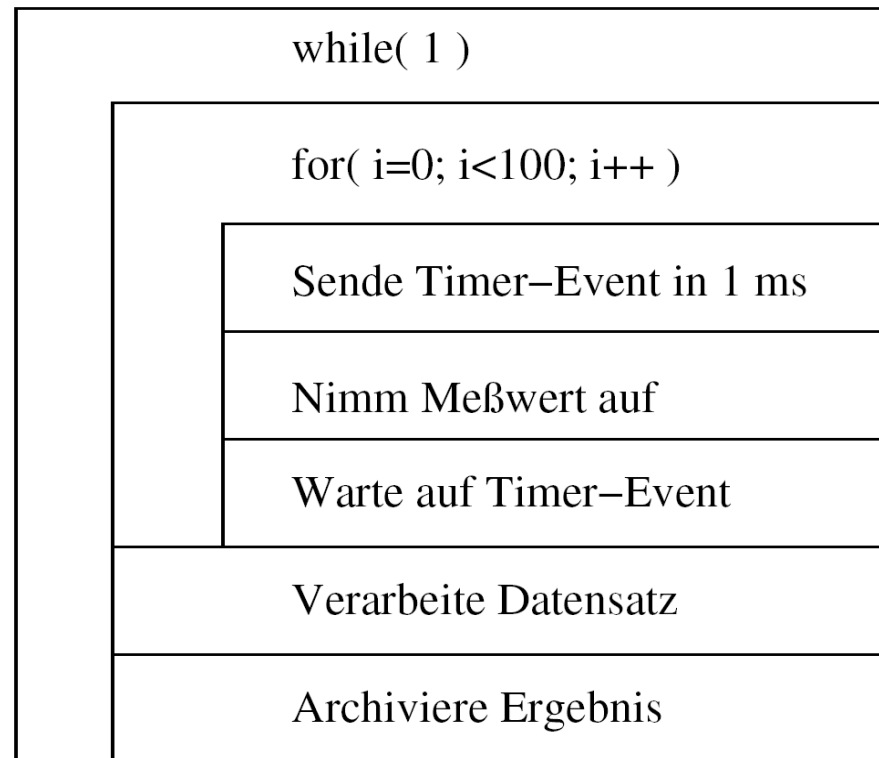


Echtzeitbetrieb

Unterbrechbarkeit und Prioritäten

Beispiel Messwertaufnahme

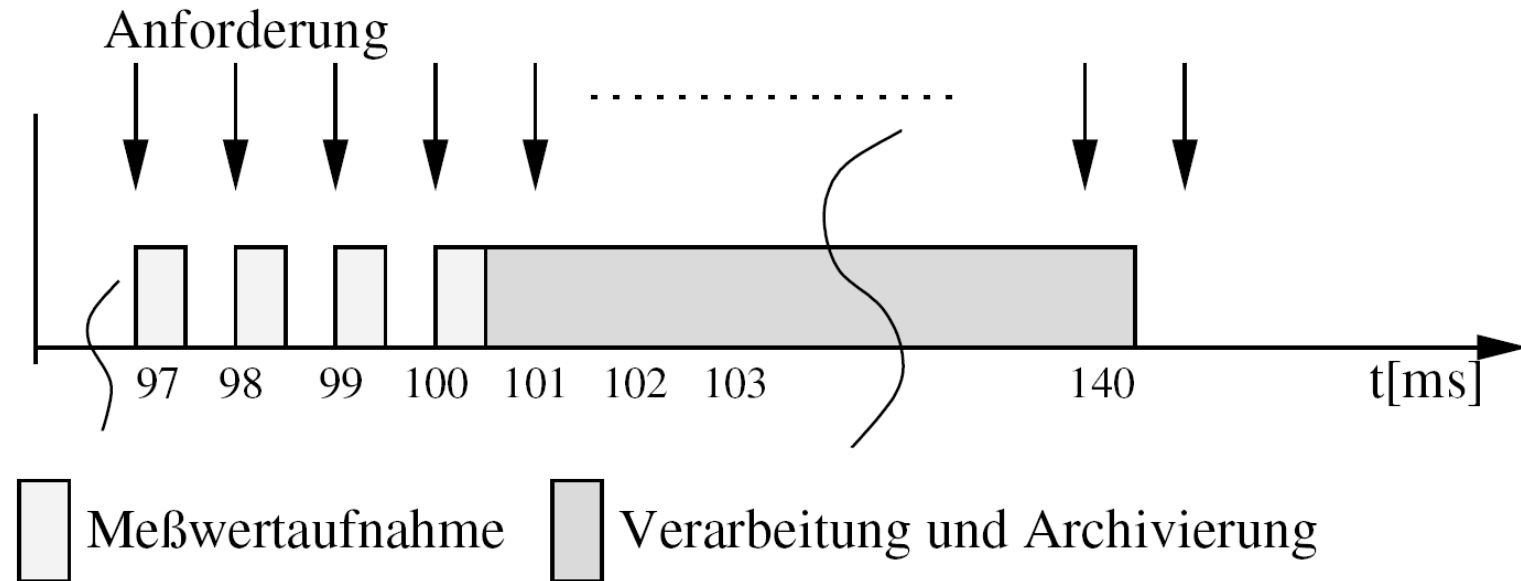
- Sequentiell, Jobs nicht unterbrechbar



Echtzeitbetrieb

Unterbrechbarkeit und Prioritäten Beispiel Messwertaufnahme

- Sequentiell, Jobs nicht unterbrechbar



- **Rechtzeitigkeit nicht erfüllt !!!!**



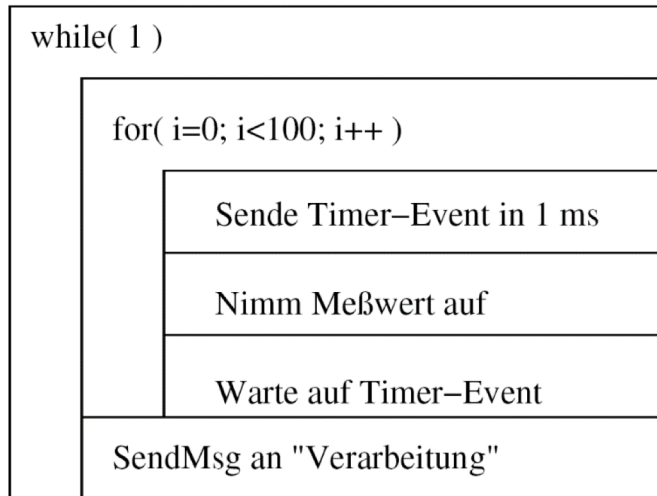
Echtzeitbetrieb

Unterbrechbarkeit und Prioritäten

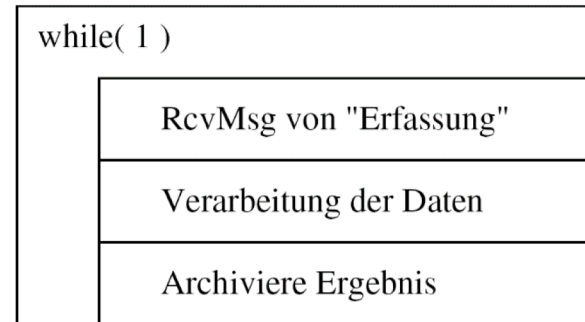
Beispiel Messwertaufnahme

- Lösung: zwei Rechenprozesse
- Interprozesskommunikation (IPC)

Rechenprozess "Erfassung"



Rechenprozess "Verarbeitung"



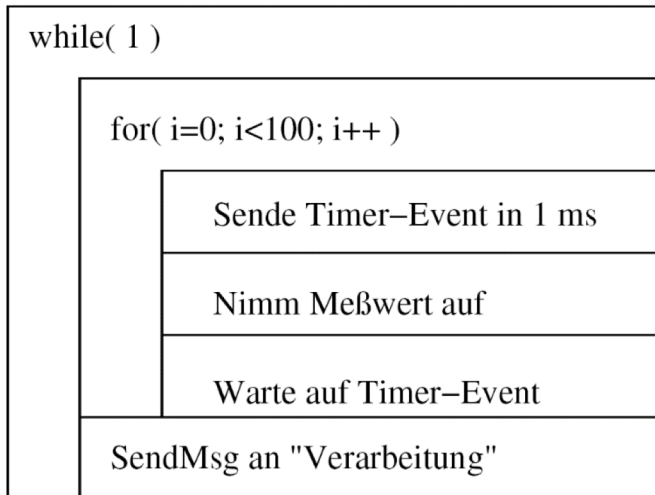
Echtzeitbetrieb

Unterbrechbarkeit und Prioritäten

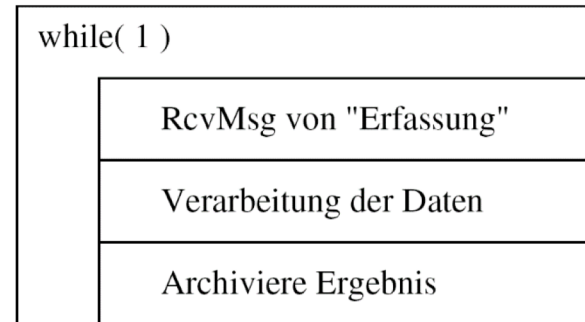
Beispiel Messwertaufnahme

- Lösung: zwei Rechenprozesse
- Interprozesskommunikation (IPC)
- Rechenprozess „Erfassung“ *wichtiger* (höher prior, hat höhere Priorität)
- Rechenprozess „Verarbeitung“ muss unterbrechbar sein

Rechenprozess "Erfassung"



Rechenprozess "Verarbeitung"



Echtzeitbetrieb

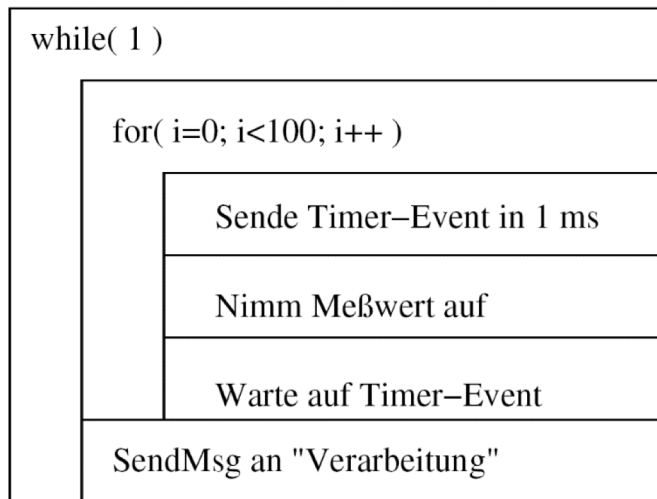
Unterbrechbarkeit und Prioritäten

Beispiel Messwertaufnahme

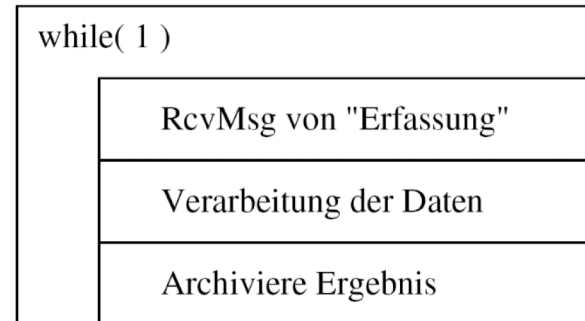
- Lösung: zwei Rechenprozesse
- Interprozesskommunikation (IPC)
- Rechenprozess „Erfassung“ *wichtiger* (höhere Priorität)
- Rechenprozess „Verarbeitung“ muss unterbrechbar sein

Echtzeitbetriebssystem unterstützt diese Forderungen

Rechenprozess "Erfassung"



Rechenprozess "Verarbeitung"

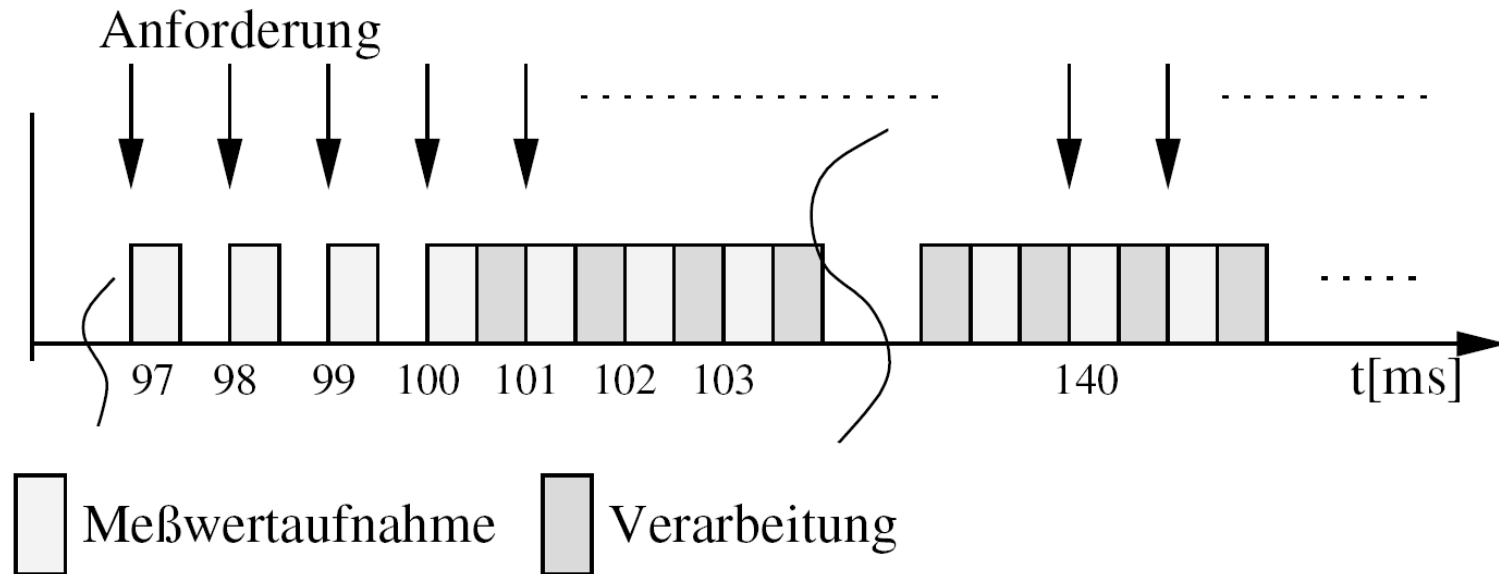


Echtzeitbetrieb

Unterbrechbarkeit und Prioritäten

Beispiel Messwertaufnahme

- Lösung: zwei Rechenprozesse
- Interprozesskommunikation (IPC)
- Rechenprozess „Erfassung“ *wichtiger* (höhere Priorität)
- Rechenprozess „Verarbeitung“ muss unterbrechbar sein



Echtzeitbetrieb

Echtzeitnachweis

???



Echtzeitbetrieb

Echtzeitnachweis

Formaler Nachweis, dass

- **1. Echtzeitbedingung in jeder Situation erfüllt ist**
- **2. Echtzeitbedingung in jeder Situation erfüllt ist**

Analyse der Echtzeit-Bedingungen für den Fall der höchsten Last

- **Prozesszeiten möglichst kurz**
- **Verarbeitungszeiten möglichst lang**
- **alle sonstigen Ereignisse im System, die im aktuellen Prozesszustand möglich sind, treten gleichzeitig ($t = 0$) auf**



Echtzeitbetrieb

Echtzeitnachweis

Sehr schwieriges Problem, Methoden hier nur skizziert

Prinzipiell:

- relevante Kenndaten des technischen Prozesses ermitteln,
 - Anzahl der unterschiedlichen Anforderungen
 - Minimale Prozesszeit für jede Anforderung
 - Minimal zulässige Reaktionszeit t_{zmin} für jede Anforderung
 - Maximal zulässige Reaktionszeit t_{zmax} für jede Anforderung
 - Abhängigkeiten zwischen den Ereignissen
- maximale Verarbeitungszeit t_{vmax} (WCET) für jede Anforderung identifizieren
- Auslastungsbedingung überprüfen
- Rechtzeitigkeitsbedingung verifizieren (Bestimmung von t_{Rmin} und t_{Rmax}).

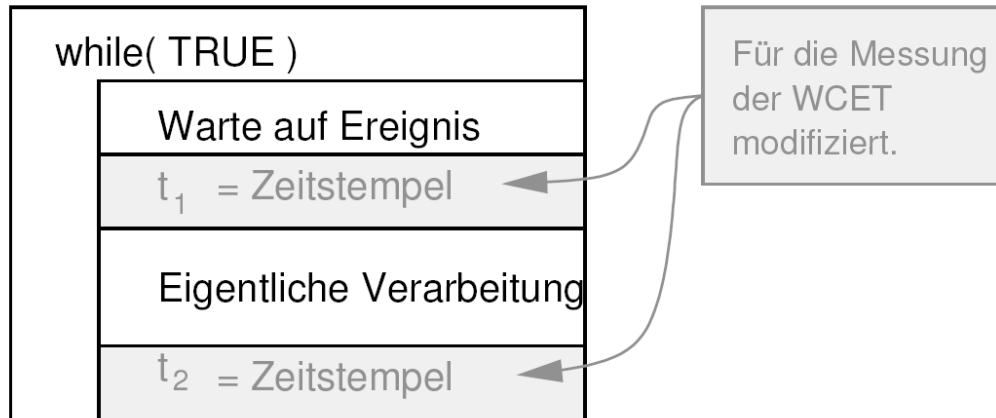


Echtzeitbetrieb

Echtzeitnachweis

Abschätzung der Worst Case Execution Time, Messen

- Messen durch Code-Instrumentierung



- Externe Messung von Ereignis und Reaktion (z.B. mit Oszilloskop)
- Vorsicht!!! Messung kann Zeitverhalten verändern (Profiler, die Prolog und Epilog austauschen)

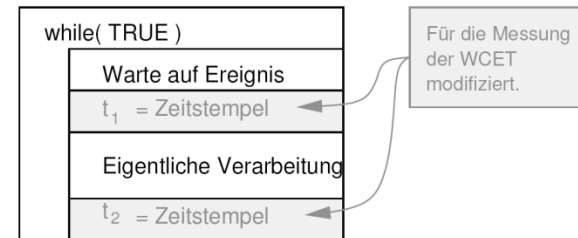


Echtzeitbetrieb

Echtzeitnachweis

Abschätzung der Worst Case Execution Time, Messen

- + Sprachunabhängig
- + meist einfach realisierbar



- Aussagekraft der Messungen abhängig von vielen Randbedingungen (Prozesszustand, Cache, Schleifen, Verzweigungen)
- Theoretisch sämtliche Kombinationen aus Inputdaten erforderlich (Test-Überdeckung)
- Produktiver Code auf Zielplattform oder Simulator erforderlich
- Messumgebung/Testrahmen erforderlich
- Instrumentierung modifiziert den Code



Echtzeitbetrieb

Echtzeitnachweis

Abschätzung der Worst Case Execution Time, Analyse

Aus Quell- oder Zielcode wird ein Strukturgraph des Codestücks erstellt
Mit Beschreibung der Zielhardware wird der längste Pfad durch den Graphen gesucht

- + Analyse (auch nach Codemodifikationen) schnell durchführbar (Anpassung der Analysetools an Zielhardware und –Sprache ist aufwändig)
- + Analyse ist frühzeitig ohne vorhandene Zielhardware möglich
- + Analyse unter größtmöglicher Abdeckung der Inputs
- Komplexe Analysewerkzeuge erforderlich
- Verifikation/Aussagekraft der Analyseergebnisse („stimmt die Hardwarebeschreibung?“,...)



Echtzeitbetrieb

Abschätzung der Best Case Execution Time (BCET)

- Bestimmung der BCET erforderlich, wenn Codesequenz nicht vor einer minimal zulässigen Reaktionszeit t_{zmin} abgearbeitet worden sein darf
- Bestimmung der BCET einfacher als Bestimmung der WCET (kürzester Pfad)
- Einfachere Codeanalyse
- Messung wie bei WCET, mit möglichst geringer Systemlast



Echtzeitbetrieb

Echtzeitnachweis

Unterscheidung nach Scheduling-Arten

- prioritätengesteuertes ratenmonotones Scheduling
- Deadline-Scheduling → „zuerst die Task, deren Deadline am nächsten liegt“

Verteilung der Taskprioritäten so, daß entweder:

a) Kürzere Prozesszeit t_p entspricht höherer Priorität → Bezeichnung: Rate Monotonic Fixed Priority Scheduling (RMS) oder

b) Kürzere maximal zulässige Reaktionszeit t_{Zmax} entspricht höherer Priorität
Bezeichnung: Deadline Monotonic Fixed Priority Scheduling (DMS)

Prinzipiell: Verifikation, dass Reaktionszeitbedingung für alle Ereignisse eingehalten

Erforderliche Kenndaten

- Minimale und maximale Verarbeitungszeiten (t_v , BCET und WCET) der Jobs
- Minimal und maximal zulässige Reaktionszeiten (t_{Zmin} und t_{Zmax}) für jeden Job
- Minimale und maximale Reaktionszeiten (t_{Rmin} und t_{Rmax}) (???)

BCET und WCET für die Berechnung der minimalen/maximalen Reaktionszeiten

Mit Hilfe der Reaktionszeiten wird der eigentliche Nachweis durchgeführt

Hier: grafisches Verfahren



Echtzeitnachweis

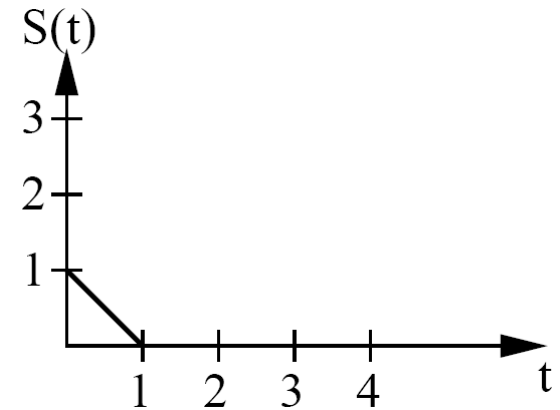
Grafische Bestimmung der maximalen Reaktionszeit t_{Rmax}

Voraussetzungen

- prioritätengesteuertes (preemptives) Scheduling
- alle Ereignisse sind unabhängig voneinander

Koordinatensystem

- X-Achse: Zeit
- Y-Achse: *noch zu erbringende* Rechenzeit $S(t)$
(S =Supplied Computation Time, Systemlast)



Dimension von $S(t)$: 1S kann in einer Zeiteinheit abgearbeitet werden

- Die Rechenzeitanforderungen sind die Anforderungen des Worst Case
- Bei ungestörter Abarbeitung mit der Steigung -1 fallende Gerade
- Bei jeder Anforderung: Gerade um t_v nach oben verschieben
- Schnittpunkt Gerade/X-Achse entspricht der maximalen Reaktionszeit des niedrigpriorsten Prozesses, wenn t_{Zmax} nicht verletzt wurde.
- Für den nächstniedrigprioreren Prozess: X-Achse um t_v des vorhergehenden Prozesses nach oben verschieben
- Zu jedem Zeitpunkt lässt sich ablesen, wie viel Rechenarbeit noch zu leisten ist



Echtzeitnachweis

Grafische Bestimmung der maximalen Reaktionszeit t_{Rmax}

Beispiel: 2 Jobs

Job 1: $t_v = 0.5$ ms, $t_p = 1$ ms

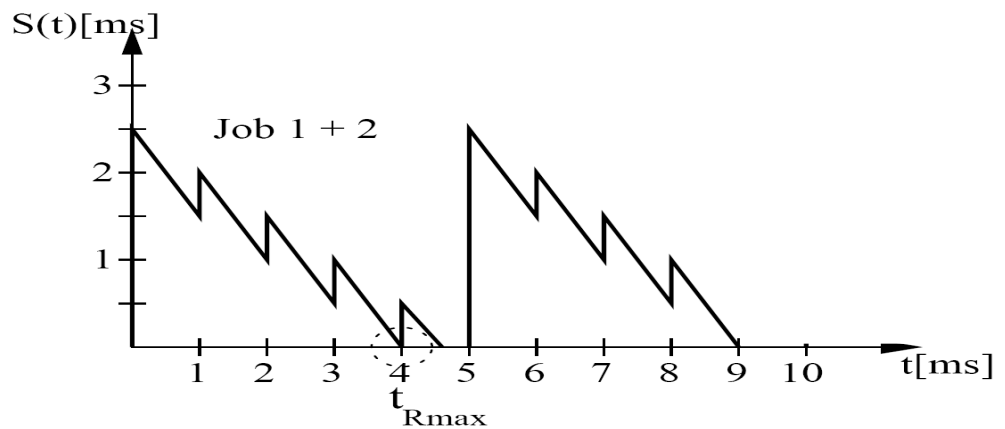
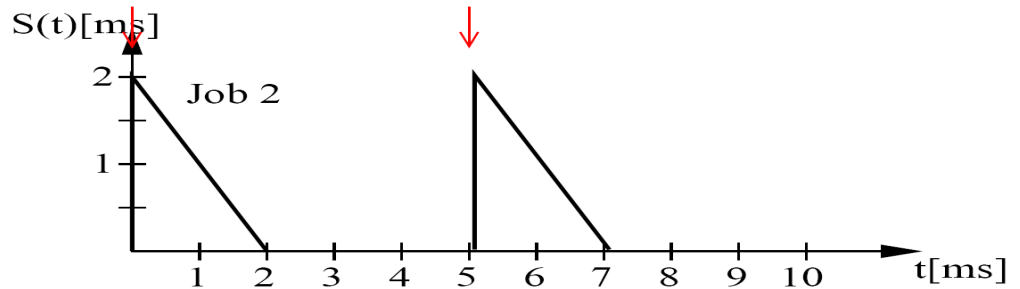
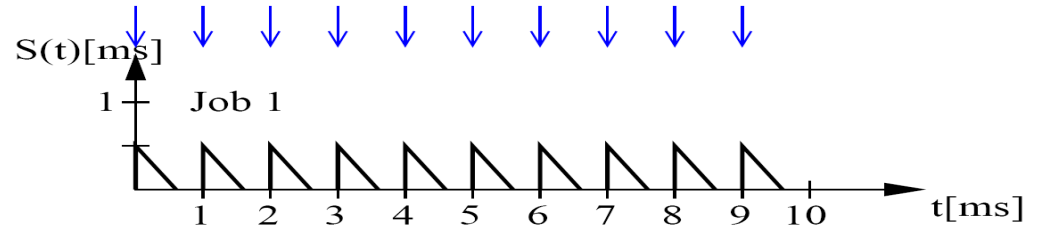
Job 2: $t_v = 2$ ms, $t_p = 5$ ms

initiale Rechenzeitanforderung:

$$R = t_{v1} + t_{v2} = 2.5 \text{ ms}$$

Job 1 Prio höher als Job 2 weil

$$t_{p1} < t_{p2}$$



Echtzeitnachweis

Grafische Bestimmung der maximalen Reaktionszeit t_{Rmax}

Anforderung	t_v	t_P	t_{Zmax}	t_{Zmin}
1	10 ms	30 ms	30 ms	0 ms
2	15 ms	45 ms	45 ms	0 ms
3	15 ms	60 ms	60 ms	0 ms

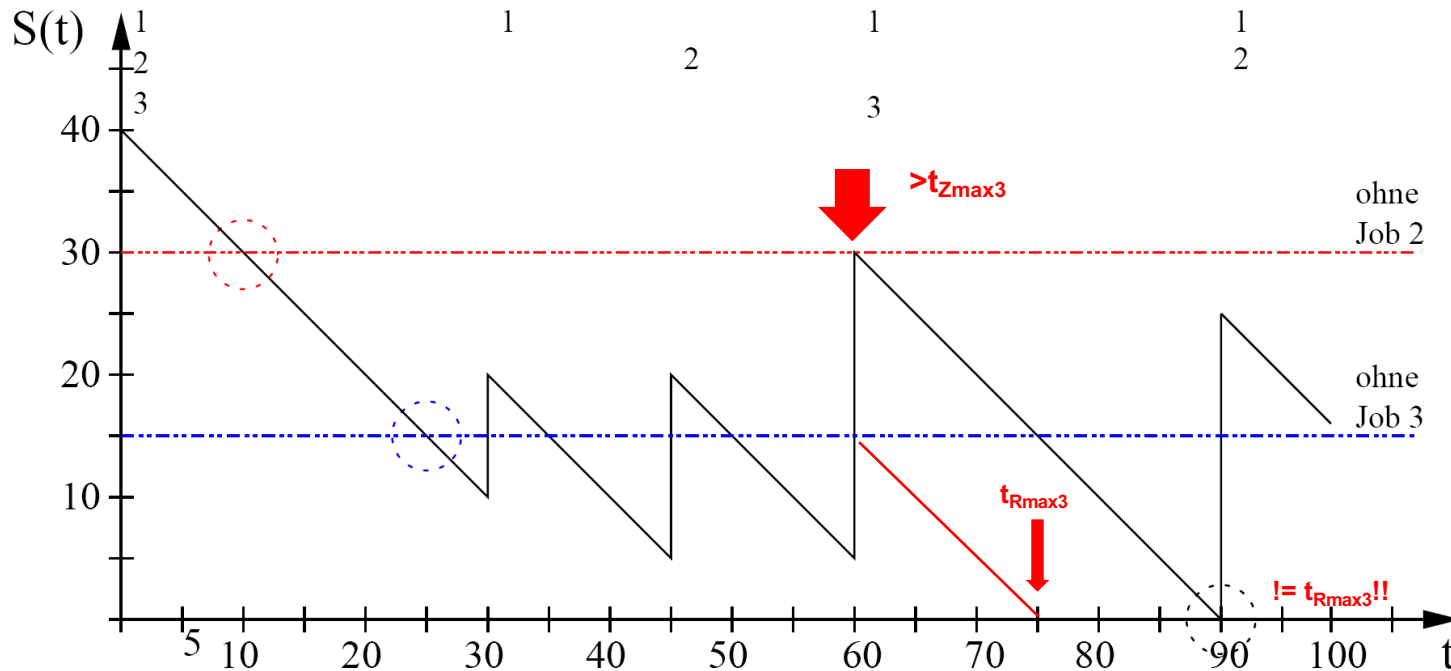


Echtzeitnachweis

Grafische Bestimmung der maximalen Reaktionszeit t_{Rmax}

Anforderung	t_v	t_p	t_{zmax}	t_{zmin}
1	10 ms	30 ms	30 ms	0 ms
2	15 ms	45 ms	45 ms	0 ms
3	15 ms	60 ms	60 ms	0 ms

Prio hoch
Prio mittel
Prio niedrig



Echtzeitnachweis

Grafische Bestimmung der maximalen Reaktionszeit t_{Rmax}

Als Übung

Wie werden folgende Tasks priorisiert?

1. Echtzeitbedingung

2. Echtzeitbedingung grafisch...

Prioritäten: 1...4 (4 am Höchsten):

J1	$t_{p1}=18$ msec	$t_{v1}=2.5$ msec
J2	$t_{p2}=3$ msec	$t_{v2}=1$ msec
J3	$t_{p3}=2$ msec	$t_{v3}=0.5$ msec
J4	$t_{p4}=6$ msec	$t_{v4}=1.5$ msec



Zusammenfassung

- **Echtzeit-Nachweis**
 - **Erforderliche Kenndaten**
 - **(grafisches) Werkzeug**



Echtzeitnachweis

Mathematischer Ansatz
Überprüfen, ob Reaktionszeitbedingung ($t_{Rmax} < t_{Zmax}$) erfüllt ist.
Voraussetzungen

- Ereignisse sind periodisch
- Prioritätengesteuertes Scheduling

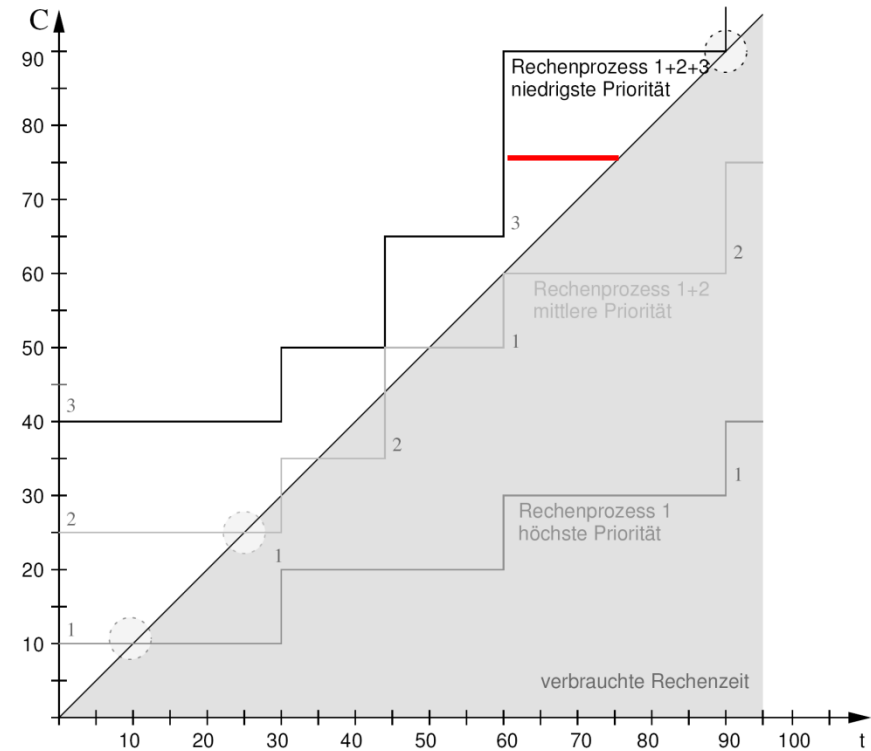
»C(t)«: Rechenzeitanforderungsfunktion

Anschaulich:

- Auftragen der von den Jobs angeforderten Rechenzeit »C(t)« über der Zeit »t«.
- »C(t)« nimmt mit jeder Anforderung zu (monoton steigende Funktion).
- Einzeichnen der vom Rechner bis Zeitpunkt »t« zur Verfügung gestellten Rechenzeit »A(t)« ($A(t)=t$, Winkelhalbierende)

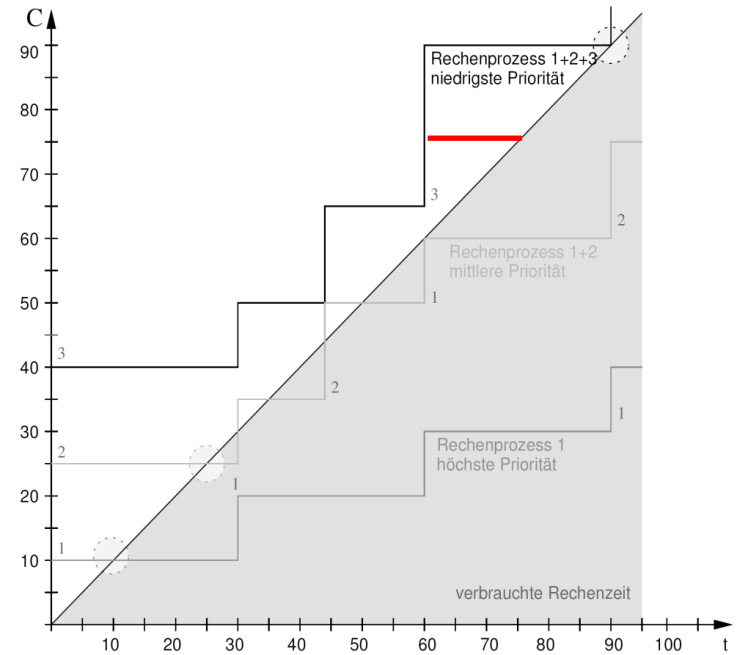
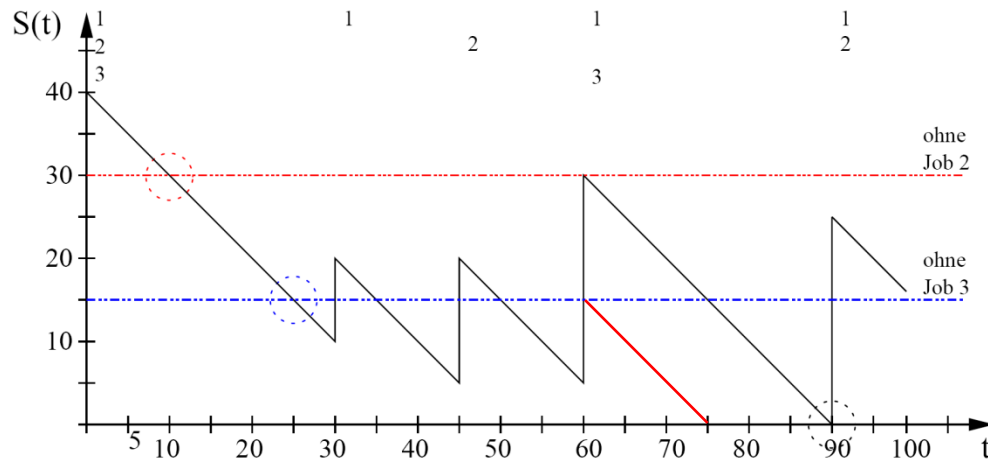
Der Zeitpunkt t , zu dem sich $C(t)$ und $A(t)$ schneiden, ist die maximale Reaktionszeit des niedrigprioritsten Prozesses, **(nur) wenn $t_{Rmax} < t_{Zmax}$** :

$$C(t)=A(t); C(t_{Rmax})=A(t_{Rmax}); C(t_{Rmax})=t_{Rmax};$$



Echtzeitnachweis

Mathematischer Ansatz



Basis: Rechenzeitanforderungsfunktion $C(t)$

Zusammenhang zwischen $S(t)$ und $C(t)$: $S(t) = C(t) - A(t) = C(t) - t$;



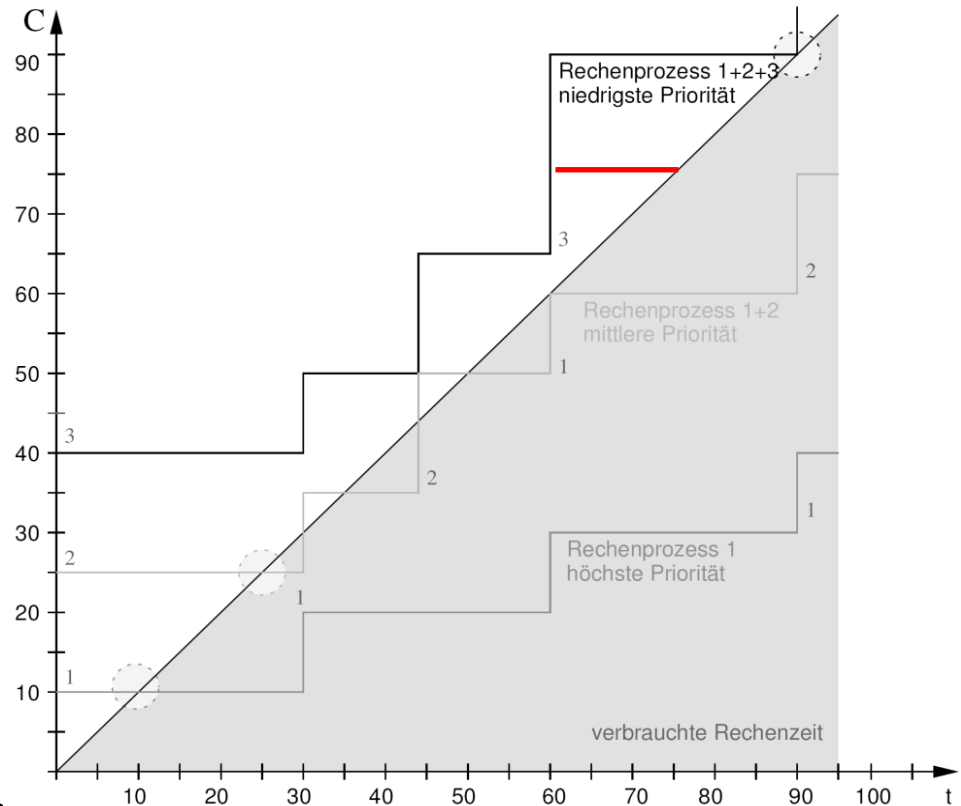
Echtzeitnachweis

Mathematischer Ansatz

Anforderung	t_v	t_p	t_{zmax}	t_{zmin}
1	10 ms	30 ms	30 ms	0 ms
2	15 ms	45 ms	45 ms	0 ms
3	15 ms	60 ms	60 ms	0 ms

Vorgehen:

- Im Koordinatensystem werden Rechenzeitanforderungen gemäß ihrer Priorität aufsummiert
- a) Zuerst Anforderungen des höchstprioriten Rechenprozesse eintragen.
- Schnittpunkt mit der Winkelhalbierenden: maximale Reaktionszeit des jeweils niedrigpriorsten Jobs wenn $t_{Rmax} < t_{Zmax}$ ansonsten nur der Zeitpunkt an dem bisherige Anforderungen erstmalig abgearbeitet sind → Nachweis Auslastungsbedingung $<100\%$
- Ermittlung t_{Rmax} bei $> t_{Zmax}$: gerade betrachteter niedrigpriorste Rechenprozess wird nur einmal! aktiviert; alle höherprioriten Rechenprozesse werden so oft sie kommen unterbrechen. Schnittpunkt mit Winkelhalbierender ist t_{Rmax}
- Wiederhole Prozedur a) mit nächst niedrigprioritem Rechenprozess



Echtzeitnachweis

Mathematischer Ansatz

Gauss-Klammer $\lceil \cdot \rceil$ entspricht Funktion **ceil** ($\text{ceil}(2.2) = 3$)

Hyperperiode eines Satzes zyklischer Tasks: **Kleinstes gemeinsames Vielfaches** aller Prozesszeiten
(„Ablauf beginnt von vorne“)

Formal wenn $t_{R_{\max}} < t_{Z_{\max}}$:

- **maximale Reaktionszeit** $t_{R_{\max}}$: kleinste Lösung der Gleichung » $C(t)-t = 0$ « (s.u.)

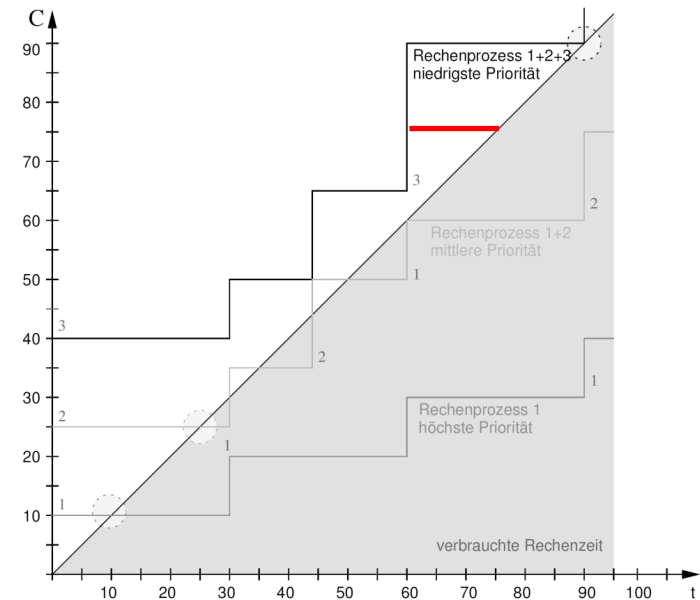
oder:

- An allen Sprungstellen einer Hyperperiode (Vielfache aller Prozesszeiten) , höchstens aber bis $t_{R_{\max}}$ testen, ob $C(t) \leq t$

Berechnung von C(t):

- eigene Rechenzeitanforderung zum Zeitpunkt **t** und die Anforderungen aller übrigen höher- oder gleichpriorien Jobs aufsummieren

$$C_i(t) = \left\lceil \frac{t}{t_{p,i}} \right\rceil \cdot t_{v,i} + \sum_j \left\lceil \frac{t}{t_{p,j}} \right\rceil \cdot t_{v,j}$$



Echtzeitnachweis

Mathematischer Ansatz

Beispiel

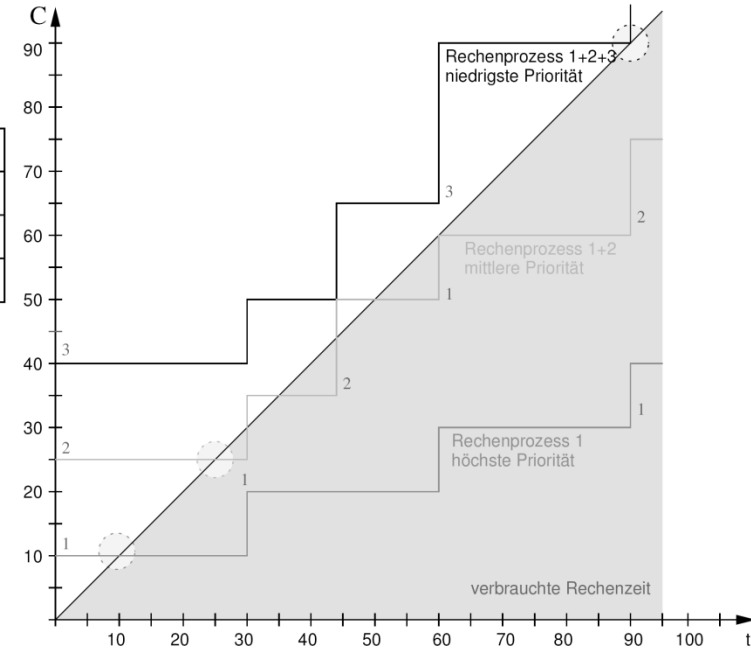
Anforderung	t_v	t_r	$t_{z_{max}}$	$t_{z_{min}}$
1	10 ms	30 ms	30 ms	0 ms
2	15 ms	45 ms	45 ms	0 ms
3	15 ms	60 ms	60 ms	0 ms

$$C_i(t) = \left\lceil \frac{t}{t_{p,i}} \right\rceil \cdot t_{v,i} + \sum_j \left\lceil \frac{t}{t_{p,j}} \right\rceil \cdot t_{v,j}$$

$$\mathbf{J1:} C_1(t) = \left\lceil \frac{t}{30ms} \right\rceil \cdot 10ms$$

$$\mathbf{J2:} C_2(t) = \left\lceil \frac{t}{45ms} \right\rceil \cdot 15ms + \left\lceil \frac{t}{30ms} \right\rceil \cdot 10ms$$

$$\mathbf{J3:} C_3(t) = \left\lceil \frac{t}{60ms} \right\rceil \cdot 15ms + \left\lceil \frac{t}{30ms} \right\rceil \cdot 10ms + \left\lceil \frac{t}{45ms} \right\rceil \cdot 15ms$$



Echtzeitnachweis

Gesucht: $t_{Rmaxi} = C(t_{Rmaxi})$

- **Worst-case Annahme**, alle Tasks stehen jetzt $t=0$ gleichzeitig zur Bearbeitung an!
- Die erreichte Reaktionszeit für Task i sei $t_{Ri} = t_{vi} + t_{wi}$, wobei t_{vi} vorgegeben und t_{wi} wird von allen höherpriorigen Tasks j verursacht
- Prozesszeit (Periodendauer) des zu Task i dazugehörigen Prozesssignals sei t_{pi} ,
- Annahme: Task j sei höherprior als Task i und unterbricht diese
- Während t_{Ri} wird Task i von Task j genau $\lceil t_{Ri} / t_{pj} \rceil$ mal für die Dauer von t_{vj} unterbrochen, also: $t_{wi} = \lceil t_{Ri} / t_{pj} \rceil * t_{vj}$
- Gibt es mehr als eine Task j, die höherprior sind (Taskmenge HPRIO), so summieren sich die Unterbrechungszeiten verursacht durch jede Task j :

$$t_{wi} = \sum_{\forall j \in HPRIO} \left(\lceil t_{Ri} / t_{pj} \rceil * t_{vj} \right)$$

- Die Taskreaktionszeit $t_{Ri} = C(t_{Ri})$ der Task i ergibt sich dann zu:

$$t_{Ri} = t_{vi} + \sum_{\forall j \in HPRIO} \left(\lceil t_{Ri} / t_{pj} \rceil * t_{vj} \right)$$

- Suche Lösung der Gleichung (Fixpunktsuche) für Task i durch Iteration für $n=0, \dots, n$ aus den natürlichen Zahlen, mit dem Startwert $t_{Ri}^0 = t_{vi}$:

$$t_{Ri}^{n+1} = t_{vi} + \sum_{\forall j \in HPRIO} \left(\lceil t_{Ri}^n / t_{pj} \rceil * t_{vj} \right)$$



Echtzeitnachweis

Beispiel: Hyperperiode= je 600ms treten P1,P2,P3 gleichzeitig auf
 $\rightarrow t_{Rmaxi} < t_{Zmaxi} < 600ms$

Prozess p_j	p_{pimin}	t_{Zmaxi}	t_{vimax}
P1	150 ms	150 ms	30 ms
P2	100 ms	100 ms	10 ms
P3	200 ms	200 ms	100 ms

$$t_{Ri}^{n+1} = t_{Vi} + \sum_{\forall j \in HPRIO} \left(\left\lceil t_{Ri}^n / t_{Pj} \right\rceil * t_{Vj} \right)$$

- Task Prioritäten: P2 hoch, P1 mittel und P3 niedrig.
- Task P3 mit $t_{R3}^0 = t_{V3} = 100$ (alles in ms): ok! ($\lceil 100/100 \rceil \Rightarrow 1$; $\lceil 140/100 \rceil \Rightarrow 2$)

t_{R3}^{n+1}	$t_{R3}^n / t_{P1} * t_{V1} +$	$t_{R3}^n / t_{P2} * t_{V2} +$	t_{V3}
140	$\lceil 100/150 \rceil * 30 +$	$\lceil 100/100 \rceil * 10 +$	100
150	$\lceil 140/150 \rceil * 30 +$	$\lceil 140/100 \rceil * 10 +$	100
150	$\lceil 150/150 \rceil * 30 +$	$\lceil 150/100 \rceil * 10 +$	100

- Task P1 mit $t_{R1}^0 = t_{V1} = 30$ (alles in ms): ok!

t_{R1}^{n+1}	$t_{R1}^n / t_{P2} * t_{V2} +$	t_{V1}
40	$\lceil 30/100 \rceil * 10 +$	30
40	$\lceil 40/100 \rceil * 10 +$	30

- Task P2 mit $t_{R2}^{n+1} = t_{R2}^n = t_{R2}^0 = t_{V2} = 10,0$ ms ok!



Echtzeitnachweis

Hinreichende Schedulingbedingung

Voraussetzungen:

- Scheduling mit statischen Prioritäten (Rate Monotonic, ...)
- Zyklische Task k ohne Abhängigkeiten → worst case: $t_{Vmax,k}, t_{Pmin,k}$
- $t_{Zmax} = t_{Pmin}$; Trick: Maximal zulässige Reaktionszeiten durch entsprechende Prozesszeiten modellieren ($\min(t_{Zmax,k}, t_{Pmin,k})$)

$$\mu = \sum_{k=1}^i \frac{t_{Vmax,k}}{\min(t_{Zmax,k}, t_{Pmin,k})} \leq i(2^{1/i} - 1)$$

i	Auslastungs- grenze (in %)
1	100
2	82,8
3	78
4	75,7
5	74,3
10	71,8
$n \rightarrow \infty$	69,3

Aussage: → falls Bedingung für Auslastung erfüllt, ist auch
Rechtzeitigkeitsbedingung erfüllt!!!

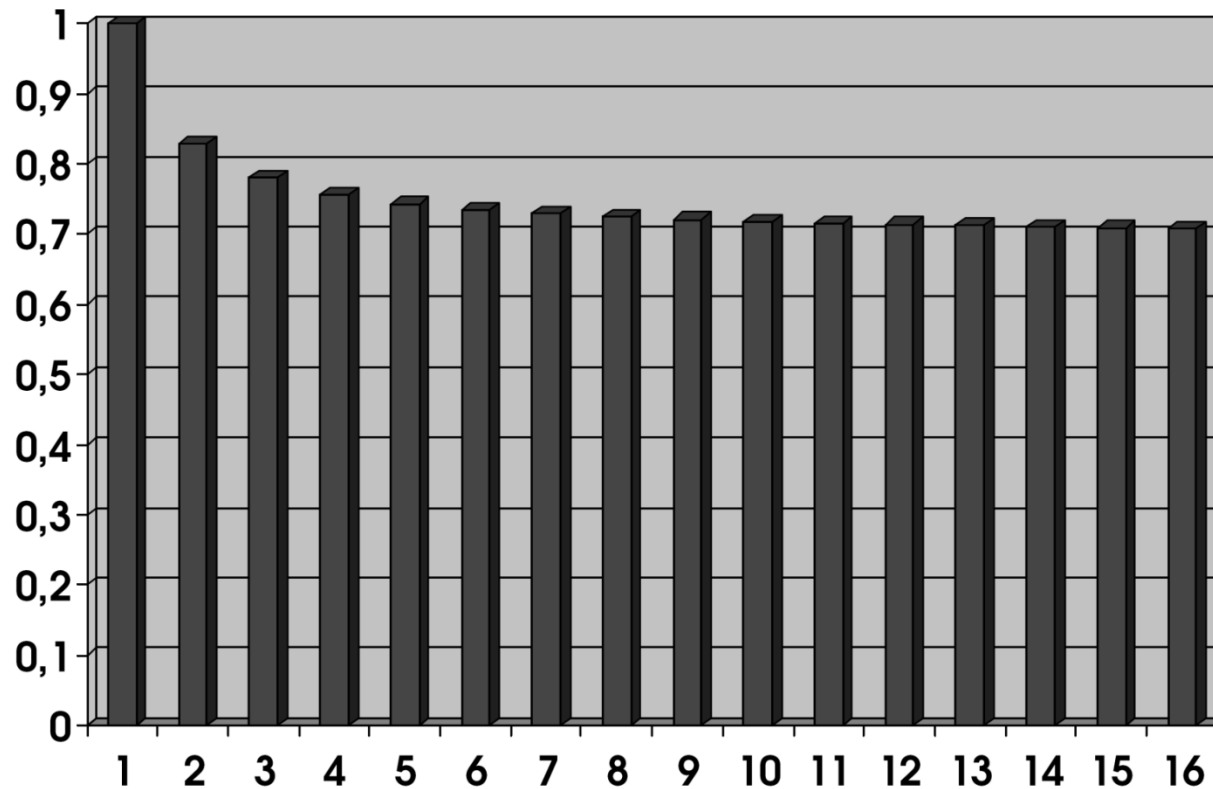
→ Umkehrung gilt nicht → falls nicht kann trotzdem erfüllt sein → graph. Verfahren



Echtzeitnachweis

Hinreichende Schedulingbedingung

Auslastung bei n Tasks $< U(n) = n(2^{1/n} - 1)$



Echtzeitnachweis

Ein Übungsbeispiel...

Wie werden folgende Tasks priorisiert?

1. Echtzeitbedingung

Hinreichende Scheduling-Bedingung

2. Echtzeitbedingung mit RZ-Anforderungsfunktion (grafisch)

$$\mu = \sum_{k=1}^i \frac{t_{v,k}}{\min(t_{zmax,k}, t_{p,k})} \leq i(2^{1/i} - 1)$$

Anforderung	t_v	t_p	t_{zmax}
1	1 ms	6 ms	6 ms
2	1 ms	3 ms	3 ms
3	1.5 ms	15 ms	10 ms
4	0.5 ms	5 ms	5 ms

i	Auslastungs- grenze (in %)
1	100
2	82,8
3	78
4	75,7
5	74,3
10	71,8
$n \rightarrow \infty$	69,3

1. Ohne t_{zmax}

2. Mit t_{zmax} aus Tabelle

3. Mit t_{zmax} aus Tabelle, aber $\rightarrow t_{v3^*} = n * t_{v3}$; t_{v3^*} Maximum möglich ohne Echtzeitverletzung?



Echtzeitnachweis

Noch ein Übungsbeispiel zu Hause!...

Wie werden folgende Tasks priorisiert?

1. Echtzeitbedingung

Hinreichende Scheduling-Bedingung

2. Echtzeitbedingung mit RZ-Anforderungsfunktion
(mathematisch und grafisch)

Anforderung	t_v	t_p	t_{Zmax}
1	1 ms	5 ms	5 ms
2	3 ms	10 ms	10 ms
3	3 ms	15 ms	9 ms

