Vorlesung: Zuverlässigkeit + Sicherheit

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} \qquad \frac{[\text{Ausfälle}/1\ \text{Stück}]}{[\text{Zeit}]}$$

" 1 System o.k. im Mittel für $\frac{1}{\lambda}$ [Zeit] "

- Wenn 1 System läuft, so geht es im Mittel pro Zeiteinheit λ kaputt

Wenn 1000 Systeme parallel und unabhängig voneinander laufen, gehen im Mittel pro Zeiteinheit $\lambda \cdot 1000$ kaputt!

also: z.B. von $m = 1000$ Systemen seien zum Zeitpunkt t_0

$\underbrace{o(t_0) = 500 \text{ ok}}_{\text{verfügbar}}$ und $\underbrace{k(t_0) = 500}_{\text{unverfügbar}}$ kaputt

im Zeitraum von t_0 nach t_1 gehen

$$\lambda \cdot o(t_0) \cdot (t_1 - t_0) \text{ Stück kaputt}$$

und $\rho \cdot k(t_0) \cdot (t_1 - t_0)$ Stück werden repariert

also gilt: die neue Anzahl der Systeme ok zum Zeitpunkt t_1

$$O(t_1) = O(t_0) - \lambda\, o(t_0) \cdot (t_1 - t_0) + \rho\, k(t_0)(t_1 - t_0)$$

$$\frac{O(t_1) - O(t_0)}{(t_1 - t_0)} = -\lambda\, O(t_0) + \rho\, k(t_0)$$

$$m \rightarrow m = O(t) + k(t) \ \Rightarrow\ 1 = \frac{O(t)}{m} + \frac{k(t)}{m}$$

$$\Rightarrow\ 1 = p(t) + q(t)$$

$p(t)$ Verfügbarkeit als $f(t)$
$q(t)$ Unverfügbarkeit als $f(t)$

$/m$

$$\frac{p(t_1) - p(t_0)}{t_1 - t_0} = -\lambda\, p(t_0) + \rho\, q(t_0)$$

nun $t_1 - t_0 = dt \rightarrow 0$

$$\frac{d\,p(t)}{dt} = -\lambda\, p(t) + \rho\, q(t)$$

Differenzialgleichung $p(t=0)=1$

alle Systeme gerade repariert!

$$1 = p(t) + q(t)$$

$$\frac{dp(t)}{dt} = -\lambda p(t) + \varrho(1-p(t))$$

$$= \varrho - (\lambda+\varrho)\cdot p(t)$$

Lsg:

$$p(t) = \frac{\varrho}{\varrho+\lambda} + \frac{\lambda}{\varrho+\lambda}\cdot e^{-(\varrho+\lambda)\cdot t}$$

Interpretation

a) $\varrho = \emptyset$ $\Rightarrow$ keine Reparatur möglich $\Rightarrow$ MTTR $\Rightarrow \infty$

$$p(t) = e^{-\lambda t}$$

$t \Rightarrow \infty$ $p(0)=1$!

$p(t) \Rightarrow \emptyset$ $p(t=\frac{1}{\lambda}) = \frac{1}{e}$

↳ Verfügbarkeit $t \to \infty \equiv \emptyset$

Lebensdauer $:= \frac{1}{\lambda}$ $\Rightarrow$ $p(t=\frac{1}{\lambda}) = \frac{1}{e}$

b) $\varrho \Rightarrow \infty$ $\Rightarrow$ MTTR $= \emptyset$ Reparatur sofort erfolgt

$$p(t) = \frac{1}{1+\frac{\lambda}{\varrho}} + \underbrace{\frac{\lambda}{\varrho+\lambda}\cdot e^{-(\varrho+\lambda)\cdot t}}_{\emptyset} = 1$$

$\frac{\lambda}{\varrho} \Rightarrow \emptyset$

Dauerverfügbar

c) Reparaturzeit $\ll$ Zeit zwischen zwei Ausfällen

z.B MTTR $\cdot k$ = MTBF k z.B 1000

$$\frac{1}{\varrho}\cdot k = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda\cdot k = \varrho$$

$$\rho = \frac{1}{MTTR} \qquad \lambda = \frac{1}{MTBF}$$

$$\frac{\rho}{\rho + \lambda} = \frac{\frac{1}{MTTR}}{\frac{1}{MTTR} + \frac{1}{MTBF}} \quad \Big| \; \frac{\cdot MTBF \cdot MTTR}{\cdot MTBF \cdot MTTR}$$

$$= \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

$\rho \cdot k$

$$p(t) = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} + \underbrace{\frac{\lambda}{k \cdot \lambda + \lambda} \cdot e^{-(k+1)\lambda \cdot t}}$$

$k \gg 1000$

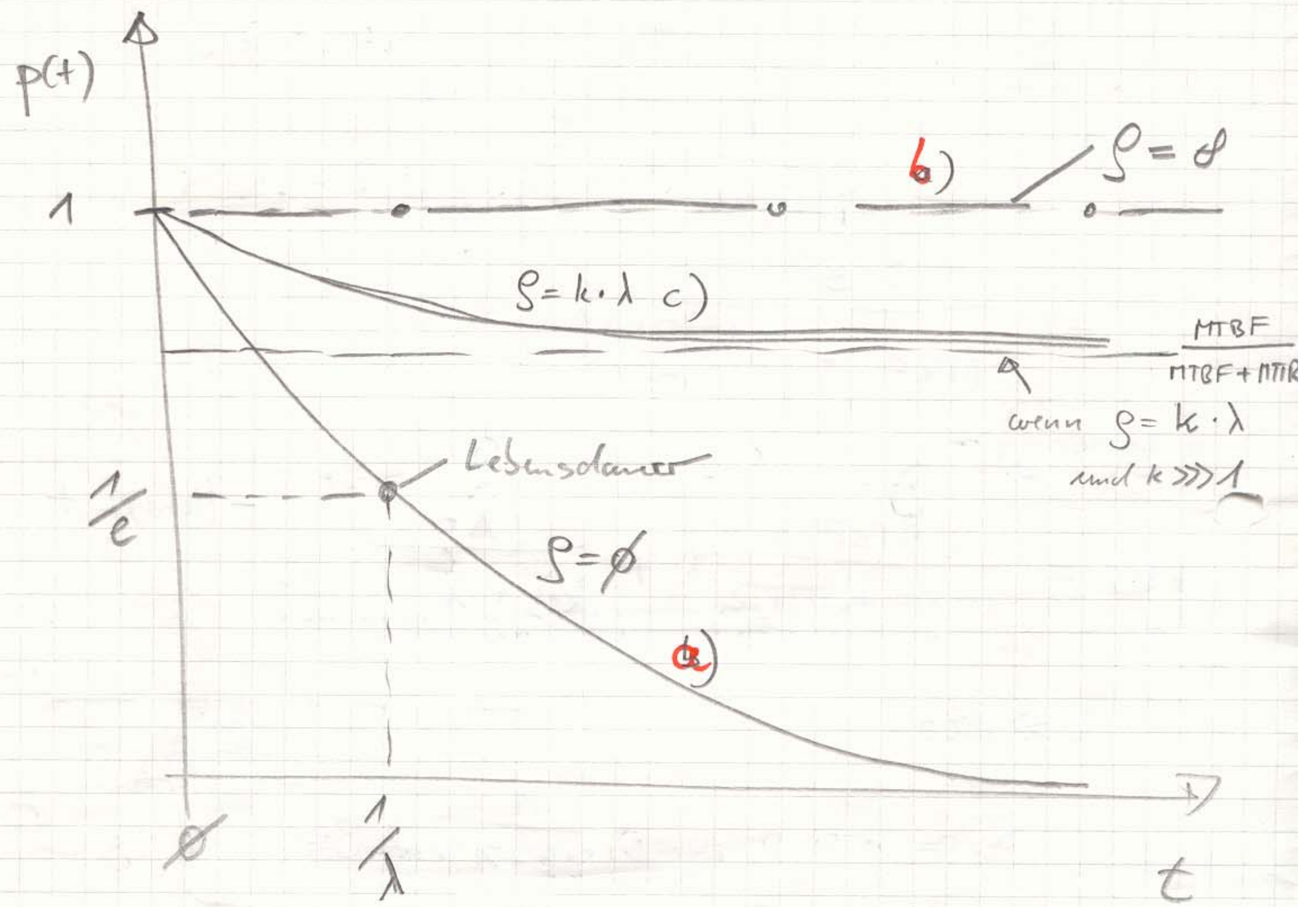
$$\underbrace{\underbrace{\frac{1}{k+1}} \cdot e^{-(k+1)\lambda \cdot t}}$$

≈ 0 für $t \to \infty$

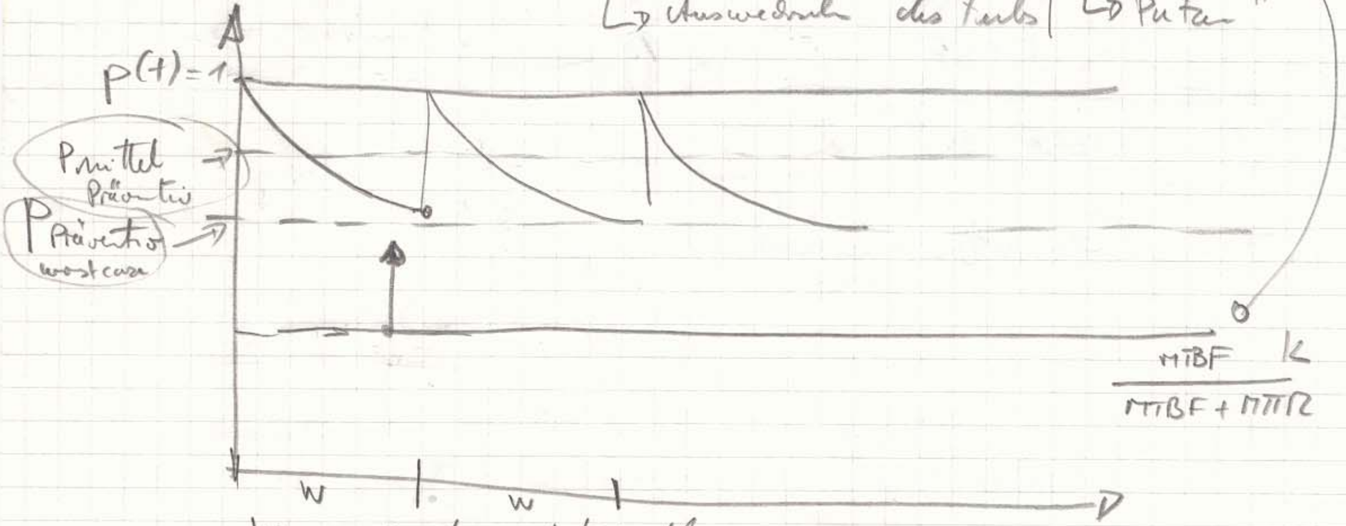
$$p(t=\infty) = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \quad ! \qquad \text{s.o.}$$

Dauerverfügbarkeit

Diagramm:



präventive Wartung z.B. Annahme $\rho = 0$? | $\rho = k \cdot \lambda$
↳ Auswechseln des Teils | ↳ "Putzen"



W = Wartungsintervall